

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

ЯНСОНС МАРИНА ОСКАРІВНА

УДК 539.3

**Модифікований метод прямих в задачах вісесиметричних тіл
при термосиловому навантаженні.**

05.23.17 – будівельна механіка

Технічні науки

19 – Архітектура і будівництво

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Київ – 2024 рік

Дисертація є рукописом

Робота виконана на кафедрі опору матеріалів Київського національного університету будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: кандидат технічних наук, доцент

КОШЕВИЙ Олександр Петрович,
Київський національний університет
будівництва і архітектури Міністерства освіти і
науки України, завідувач кафедри опору матеріалів
(м. Київ)

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор

ПИСКУНОВ Сергій Олегович,
Національний технічний університет України "Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського",
завідувач кафедри динаміки і міцності машин
та опору матеріалів
(м. Київ)

доктор фізико-математичних наук, професор

БЕЗВЕРХИЙ Олександр Ігорович
Національний транспортний університет,
професор кафедри інформаційних систем і технологій
(м. Київ)

Захист відбудеться «___» _____ 2024 р. о ___ годині на засіданні спеціалізованої
Вченої ради Д 26.056.04 при Київському національному університету будівництва і
архітектури Міністерства освіти і науки України за адресою: 03037, м. Київ, проспект
Повітряних сил, 31, Вчена рада університету, а. 204

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного
університету будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України за
адресою: 03037, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31.

Автореферат розіслано «___» _____ 2024 р.

В.о. вченого секретаря

Спеціалізованої Вченої ради Д 26.056.04

д.т.н., проф.



І.І. Солодей

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми.

Питання зменшення матеріаломісткості конструктивних елементів будівель, споруд, машин та механізмів, що працюють в умовах значних силових, температурних впливів і водночас забезпечення умов їх надійної експлуатації залишаються особливо важливим в сучасних умовах. Конструкції або частини конструкцій, що мають вісесиметричну геометрію, застосовуються в авіаційній, ракетній, космічній галузях, а також в машинобудуванні та будівництві. Зауважимо, що розрахунки параметрів деформування вісесиметричних тіл, які здійснюються на основі поширених двовимірних моделей, не завжди відповідають вимогам стосовно їх точності. Це пов'язане з використанням допоміжних гіпотез, за якими повинні бути враховані деформації поперечного зсуву та обтиснення тіл. Слід мати на увазі, що врахування таких деформацій є важливою складовою дослідження вісесиметричних тіл. Виникає необхідність створення підходів, які дозволять визначати компоненти напружено-деформованого стану на основі співвідношень просторової теорії пружності, для їх використання у розрахунках конструкцій вісесиметричної геометрії під силовим та температурним зовнішнім впливом. При цьому в алгоритмах та підходах до розрахунку таких конструкцій використовуються математичні моделі, які б найповніше враховували особливості просторових задач напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій з вісесиметричною геометрією. Використання тривимірного підходу для розрахунку таких конструкцій, пов'язане із тим, що для оцінки міцності конструкцій, при силовому або температурному впливі, найточніший результат можна отримати лише з використанням всіх компонентів напруженого стану. З урахуванням складності розв'язку поставленої проблеми важливим аспектом при розробці підходів дослідження напружено-деформованого стану вісесиметричних тіл в просторовій постановці є потреба паралельного використання чисельних та аналітичних методів, для економії розрахункового часу та збільшення точності отримуваних результатів. В представленій роботі, розв'язок задач на основі співвідношень просторової теорії пружності базується на аналітичному методі Бубнова-Гальоркіна, де розв'язувальні функції задано у вигляді рядів Фур'є, та чисельному - дискретної ортогоналізації.

Як відомо несуча здатність конструкції може бути вичерпана за причини перевищення внутрішніми напруженнями деяких їх граничних значень, згідно проведеного аналізу огляду літератури стосовно дослідження напружено-деформованого стану вісесиметричних тіл можливо зробити висновок, що проблеми тривимірного розрахунку НДС нетонких пластин та оболонки циліндричної форми та товстих оболонки при температурних впливах вивчені недостатньо. Водночас, на встановленні параметрів напружено-деформованого стану при температурних впливах, базується прогноз надійного функціонування такого типу конструкцій. Тобто ці питання представляють собою нагальну та особливо важливу проблему, що має як наукове так і прикладне значення.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Робота виконувалась відповідно до наукових програм, тематики та загальних планів досліджень кафедри опору матеріалів Київського національного університету будівництва та архітектури. Наукові розробки знайшли застосування при реалізації науково дослідної роботи «Розробка чисельно-аналітичних методів розрахунку елементів конструкцій на силові, кінематичні, динамічні та температурні впливи» 30.06.18 0187/0118U002360 12.2023. Автор приймав безпосередню участь у виконанні проекту як співвиконавець.

Мета роботи.

Мета роботи полягає у розв'язанні важливої науково-технічної проблеми - створення на основі просторових співвідношень теорії пружності розрахункового підходу для проведення досліджень нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, та проведення на цій основі чисельного дослідження напружено-деформованого стану від дії зовнішніх силових факторів (розподіленого бокового, осьового тисків, дотичного зсувного зусилля, рівномірно розподіленого по торцю кручення, температурних впливів, тощо).

Основними задачами дослідження є:

- модифікувати варіаційний принцип, який ґрунтується на використанні методу Гамільтона в аналітичній механіці, стосовно виведення тривимірних диференціальних рівнянь в частинних похідних, що в рамках лінійної теорії пружності тіла описують деформування нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних;

- привести тривимірні системи диференціальних рівнянь в частинних похідних до одновимірних з використанням процедури методу Бубнова-Гальоркіна, за якою за якою всі функції напружень і переміщень необхідно розкласти у подвійні тригонометричні ряди за коловим напрямком і вздовж твірної циліндра так, щоб вони задовольняли крайовим умовам;

- розробити алгоритми використання модифікованого методу прямих та комп'ютерне програмне забезпечення, яке дозволяє поєднати в єдиному обчислювальному процесі ці процедури та роботу розрахункового комплексу LIRA SAPR з визначення параметрів напружено-деформованого стану нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, при термосиловому навантаженні.

- дослідити та отримати нові дані щодо зміни напружено-деформованого стану нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, при різних комбінаціях дії зовнішніх силових та температурних факторів, що не викликають ніяких сумнівів стосовно їх достовірності;

- на основі розробленого комп'ютерного програмного забезпечення провести чисельне моделювання реальних конструкцій, зокрема визначення параметрів напружено-деформованого стану трубопроводів в місцях компенсаторів та переходів через перешкоди і тунелю метрополітену при екстремальних умовах експлуатації.

Об'єкт дослідження – процес деформування нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, що є конструкціями або елементами конструкцій та зазнають комбінованих зовнішніх впливів і вимагають

точних розрахунків в будівельній галузі або суміжних до неї галузях сучасної техніки.

Предмет дослідження – параметри лінійного напружено-деформованого стану нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, від комплексної дії зовнішніх силових та температурних факторів.

Методи дослідження. Базуються на основних положеннях просторової теорії пружності з використанням чисельних та аналітичних методів. Виведення тривимірних диференціальних рівнянь в частинних похідних, що в рамках лінійної теорії пружності, описують деформування нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, здійснюється при використанні модифікованого варіаційного принципу, який ґрунтується на використуваному в аналітичній механіці методі Гамільтона. Приведення тривимірних систем диференціальних рівнянь в частинних похідних до одновимірних, у випадку розподіленого бокового тиску здійснюється при використанні процедури методу Бубнова-Гальоркіна. Подібне зменшення розмірності системи, при дослідженні напружено-деформованого стану у випадку осьового тиску та кручення, проводиться при використанні методу прямих. Узгодження результатів НДС отриманих методом прямих та методу Бубнова-Гальоркіна при розв'язанні задач осьового тиску та кручення проводиться з використанням методу дискретних перетворень Фур'є. Чисельний розв'язок отриманих одновимірних крайових задач НДС проводиться методом Рунге-Кутта з дискретною ортогоналізацією за С.К. Годуновим.

Наукова новизна одержаних результатів:

- *вперше модифіковано* варіаційний принцип, який ґрунтується на використуваному в аналітичній механіці методі Гамільтона, стосовно виведення тривимірних диференціальних рівнянь в частинних похідних, що в рамках лінійної теорії пружності тіла описують деформування товстостінних і нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних;

- *вперше виконано* приведення тривимірних систем диференціальних рівнянь до одновимірних здійснено при використанні процедури методу Бубнова-Гальоркіна, за яким всі функції напружень й переміщень розкладаються у подвійні тригонометричні ряди за коловим напрямком і вздовж твірної циліндра так, щоб вони задовольняли крайовим умовам;

- *удосконалено та розроблено* нову методику чисельного розрахунку напружено-деформованого стану, що дозволяють проводити визначення параметрів напружено-деформованого стану нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, поряд з сучасними програмними комплексами, і в той же час, отримувати дані, які не викликають ніяких сумнівів стосовно їх достовірності.

- *вперше розроблено* програмне забезпечення з використанням алгоритмів, на основі напіваналітичного модифікованого методу прямих, що працює в поєднанні з сучасним розрахунковим програмним комплексом LIRA SAPR та розв'язано нові задачі щодо встановлення параметрів НДС стану трубопроводів в місцях компенсаторів та переходів через перешкоди і тунелю метрополітену при

екстремальних умовах експлуатації при різних комбінаціях дії зовнішніх силових та температурних факторів,.

Обґрунтованість та достовірність основних положень та здобутих результатів забезпечується математичною коректністю постановки задач; узгодженням здобутих результатів розв'язку задач з приведеними в науковій літературі; застосуванням надійних методів чисельного та аналітичного інтегрування при розв'язанні лінійних однорідних і неоднорідних систем диференціальних рівнянь; збіжністю отриманих результатів при використанні чисельних методів та контролем їх точності, а також розв'язанням тестових задач та порівняння їх результатів з результатами інших авторів.

Практичне значення одержаних результатів. Практичне значення роботи полягає в розробці підходів та відповідних алгоритмів, що представлені в програмному забезпеченні і використовуються для чисельних розрахунків задач деформування нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних при різних комбінаціях дії зовнішніх силових та температурних факторів, з врахуванням різних граничних умов на основі тривимірних співвідношень теорії пружності. Результати роботи суттєво розширюють можливості використання підходів будівельної механіки при впровадженні розробленого розрахункового підходу для розв'язку просторових задач вісесиметричних тіл.

В публікаціях, що підготовлені за участі співавторів, результати роботи здобувача вказані у списку опублікованих праць за темою дисертації.

Впровадження. Розроблений підхід і програмне забезпечення використовується в начальному процесі і виробничих підприємствах, що підтверджено відповідними довідками у додатку до дисертації, зокрема:

- впроваджені на кафедрі опору матеріалів Київського національного університету будівництва і архітектури: використані в проектно-конструкторських розробках кафедри при розрахунках відповідних конструкцій, а також у навчальному процесі кафедри;

- при проектуванні конструкцій багатоповерхових житлових будинків в м. Києві по проспекту Науки, а також для житлового комплексу в м. Вишгороді Київської області (ТОВ «Центрбудпроект»);

- при реконструкції та підсилення конструкцій торговельного центру в м. Коломиї Івано-Франківської області, а також спорудження прибудови до існуючого промислового комплексу (ТОВ «ІТЦ ІВІК»);

Розроблений підхід та програмне забезпечення також можуть бути використані в проектно-конструкторських та наукових установах машинобудівної, енергетичної, будівельної та інших галузях господарства України при розрахунках відповідальних несучих елементів конструкцій.

Особистий внесок здобувача.

Формулювання наведених в дисертації наукових положень, отримання результатів, висновків і пропозицій здійснене авторкою самостійно та є її науковим доробком. У наукових працях, опублікованих у співавторстві з В.К. Чибіряковим, А.М. Станкевичем, О.П. Кошевим, Д.В. Левківським, авторці належить: [1-6] виведені редуковані рівняння модифікованого методу прямих, досліджено

достовірність результатів, розроблено програмне забезпечення алгоритмічною мовою С++; [7-8] здійснена числова обробка результатів, перевірена точність та збіжність методу для розв'язання прикладних задач; [9-10] виведені редуковані рівняння та граничні умови, проведена чисельна реалізація модифікованого методу прямих для вісесиметричних тіл від силових і температурних впливів, перевірена його точність та збіжність; [11-13] проведено чисельне моделювання прикладних задач, перевірена точність та збіжність методу; [14] розроблений підхід та виведені рівняння для розв'язання задач нестационарної теплопровідності вісесиметричних тіл; [15-16] проведено чисельне моделювання прикладних задач модифікованим методом прямих в поєднанні з використанням ПК LIRA SAPR.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи і результати досліджень доповідались і обговорювались на наступних конференціях:

- «73 науково-практична конференція КНУБА», 3-6 квітня 2012 р., м.Київ;
- «74 науково-практична конференція КНУБА», 9-13 квітня 2013 р., м.Київ;
- «Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА», 12-14 листопада 2013р., м.Київ;
- «75 науково-практична конференція КНУБА», 15-18 квітня 2014 р., м.Київ;
- «V Міжнародна конференція. Актуальні проблеми інженерної механіки», м. Одеса, 22-25 травня 2018 р.;
- «Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки – 2021», м. Дніпро- м. Кам'янське 2021 р.

Публікації. Основні результати дисертаційних досліджень опубліковано в 17 наукових роботах, серед яких: три статті у фахових журналах, що входять до переліку, затвердженого ДАК України, категорії «А», три з них у періодичному виданні, що індексується в науково-метричній базі Web of Science; тринадцять статей у фахових журналах, що входять до переліку, затвердженого ДАК України, категорії «Б»; дві публікації у збірниках матеріалів та доповідей українських та міжнародних наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з змісту, вступу, чотирьох розділів, висновків, додатку і списку використаних джерел. Повний обсяг дисертаційної роботи становить 183 сторінки, в тому числі 140 сторінок основного тексту, 70 рисунків, 3 таблиці, додатки на 4 аркушах і список використаних джерел із 210 найменувань на 19 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обговорено актуальність теми, окреслено зв'язок з науковими програмами, планами і темами, сформовано мету і задачі дослідження, показано наукову новизну, наукове та практичне значення отриманих результатів.

У першому розділі проведено огляд робіт по теорії розрахунку нетонких пластин та оболонки циліндричної форми і товстих оболонки при різних комбінаціях дії зовнішніх силових та температурних факторів, з врахуванням різних граничних умов на основі тривимірних співвідношень теорії пружності.

Велика увага приділяється розвитку теорії розрахунку НДС вісесиметричних тіл, найбільший внесок у розвиток якої зробили: Г. Ляме, Б.П.Е. Клапейрон, А. Ляв,

Д. Мічелл, Г. Хорвай, Я.А., К.Т.С. Айенгар, Тимошенко, І.Н. Векуа, Л.В. Канторович, Л.П. Винокуров, Г.Г. Влайков, О.Я. Григоренко, Ю.М. Шевченко, М.В. Бабешко, О.З. Галішин, О.І. Безверхий В.А. Баженов, О.С. Сахаров, Л.Т Шкельов, В.К. Чибіряков, П.П. Лізунов, О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, Ю.В. Максимюк, І.І. Солодей, П.П. Гонтаровський, та ін.

Статична задача для вісесиметричних тіл викликала особливий інтерес провідних спеціалістів з механіки деформованого твердого тіла.

Загальна задача дослідження статичного НДС тіл обертання традиційно поділяється на дві глобальні. Перша задача розглядає вісесиметричний характер НДС тіл обертання і називається вісесиметричною задачею. Друга задача виникає при деформуванні вісесиметричних тіл при не вісесиметричному навантаженні або при кососиметричному відносно центральної осі Oz характеру впливів – кручення стержнів змінного перерізу і використовується для дослідження НДС валів змінного перерізу.

Найбільший розвиток отримали дослідження вісесиметричного НДС тіл обертання або нескінченного простору і напівпростору. Вивчення вісесиметричного поля напружень є однією з найбільш розвинених областей теорії пружності, поступаючись досягнутим результатам лише плоскій задачі. Вирішення вісесиметричної задачі зводиться до інтегрування диференціальних рівнянь рівноваги з подальшим задовільненням умов на поверхні тіла. Існує велика кількість варіацій отримання розв'язку таких задач. Для отримання розв'язків в багатьох випадках вісесиметричного навантаження тіл обертання раціональним є введення криволінійних ортогональних ізометричних координат – сферичних, еліптичних, параболічних тощо.

Вивченню напружено-деформованого стану пружних циліндрів присвячена велика кількість вишукувань. Типовий розрахунок передбачає або укорочення нескінченної системи рівнянь, або послідовне поетапне наближення до значень напружень і переміщень, що задані на поверхні циліндру. Процес розв'язку задачі при асиметричному навантаженні циліндрів з точним виконанням граничних умов, як на циліндричних, так і на торцевих поверхнях повторює процес розв'язку при симетричному навантаженні, різниця лише в заміні одних тригонометричних і гіперболічних функцій іншими і в знаках деяких рівнянь рівноваги.

При визначенні деформації при згині товстих круглих і кільцевих плит, в задачах частково обмежуються точним виконанням граничних умов – тільки на плоских поверхнях плити. Статичні умови на поверхні виконуються в інтегральному сенсі, кінематичні – заданням переміщень точок по деяких кільцях цієї поверхні. Така постановка задачі практично прийнята, оскільки при відношенні діаметру плити до її висоти більше трьох, значення найбільших напружень отримуються досить точно.

Зважаючи на це, побудова чисельно-аналітичної методики для розв'язування статичних задач про дослідження НДС вісесиметричних тіл є актуальною.

Визначення НДС традиційно виконувалось аналітичними і наближено-аналітичними методами, але для інженерних вишукувань була необхідна більша точність, тому виникли чисельні методи розв'язання задач. Але чисельні методи також мають певні недоліки, через це у сучасній науці і розрахунковій практиці

набули актуальності комбіновані чисельно-аналітичні методи. Проведено огляд літератури, методів розв'язування таких задач, показані переваги та недоліки існуючих методів.

Чисельні методи є наближеними. Замість того щоб аналітично визначати складні функції, що задовольняють диференційним рівнянням і граничним умовам, вводять набір відомих простих (часто частково-безперервних) базисних функцій. За допомогою даних функцій знаходять похідні, що входять в диференціальні рівняння або до вирази механічної енергії досліджуваного об'єкта. В результаті безперервна функція одного або декількох аргументів представляється її значеннями в деяких точках (вузлах), а операції аналізу безперервних функцій замінюються алгебраїчними діями зі значеннями функцій в обраній системі вузлів. Таким чином, чисельні методи переводять розв'язання фізико-математичних задач до обчислювальних процедур, які виконуються, як правило, за допомогою ЕОМ.

Комбіновані методи є альтернативою універсальним числовим методам, зазвичай їх зручно використовувати для об'єктів певного класу. В такому випадку такі методи можуть бути більш ефективними і точними, ніж універсальні чисельні методи на об'єктах цього класу. Загалом в цих методах використовуються відомі фундаментальні розв'язки вихідних рівнянь теорії пружності і за їх допомогою будуються інтегральні рівняння, що визначені на границі області. Таким чином для вихідних тривимірних рівнянь будуються двовимірні інтегральні рівняння, що визначені в точках поверхні. Після цього інтегральні рівняння зводяться до систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Метод прямих належить до комбінованих методів. В даній роботі цей метод використовується для розв'язку вісесиметричних задач, продовжуючи розвиток вишукувань попередніх науковців та розвиваючи його.

Даний метод полягає у отриманні апроксимуючої системи звичайних диференційних рівнянь за допомогою скінченно-різницевого методу. Зниження вимірності в такому випадку виконується по всіх просторових координатах крім однієї (координата x). По координаті x функція залишається неперервною та визначається за допомогою певних аналітичних методів. При такому підході забезпечується висока точність по одній координаті, також це підвищує стійкість розрахунку.

Вперше метод прямих зустрічається у роботах Роте Е. 1930-1931 рр. В подальшому розвиток і застосування методу прямих проведено в роботах: Канторович Л.В., Слободянський М.Г., Вінокуров Л.П., Чернін К.Е., Лангенбах А., Аліхашкін Я.І., Костюкович Е.Х., Попович В.Е., Петров Ю.П., Шкелев Л.Т., Корбаков А.Ф., Морсков Ю.А., Станкевич А.М.

Григоренко Я.М. з учнями вперше використали метод дискретної ортогоналізації Годунова С.К. для розв'язку задач теорії оболонки. Цей чисельний метод стає ефективно стійким при використанні разом з методом прямих. Вперше комбінацію цих методів використали для знаходження динамічних характеристик оболонки та запропонували використання алгоритму дискретної ортогоналізації Годунова С.К. в методі прямих для неканонічних областей.

На цьому етапі сформувались певні проблеми та були виявлені недоліки методу, які необхідно було вирішувати в подальшому:

- редукування рівнянь не відповідали сучасному стану методів, які використовуються для зниження вимірності рівнянь математичної фізики. В варіаційних і проєкційних методах процес їх використання більш простий та не потребує використання законтурних значень невідомої функції;

- в алгоритмах методу прямих важко врахувати зміну товщини по континуальній координаті при редукуванні за поперечною координатою;

- метод прямих використовувався для розв'язку статичних задач теорії пружності і ніколи не використовувався для розв'язку задач нестационарної термопружності та нестационарних задач. І це стосувалось як задач плоских, так і тривимірних.

Подальший розвиток методу здійснили Шкельов Л.Т., Чибіряков В.К., Станкевич А.М. Разом з учнями вони проводять вишукування для подолання недоліків методу та поширюють його на інші типи задач. Вони узагальнюють метод прямих, шляхом комбінування його з проєкційним методом Бубнова-Галеркіна-Петрова, де в якості базисних функцій використовуються локальні функції, досліджують точність методу в залежності від виду базисних функцій, пропонують іншу схему першого етапу методу прямих, за допомогою якої для вихідної граничної або початково-граничної багатовимірної задачі будується система одновимірних по просторових координатах редукованих рівнянь, граничних та початкових умов. Також вони використовують сучасний і ефективний метод розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь для другого етапу методу прямих за допомогою апарату розв'язування редукованих рівнянь для статичних задач, квазістатичних задач (знаходження частот власних коливань пластин і оболонок), чим приводять метод до сучасного стану – модифікований метод прямих. В подальшому вони розробляють алгоритм застосування модифікованого методу прямих для розв'язання задач теорії пружності та термопружності та чисельно реалізують його в своїх роботах.

Проведений аналіз методів розрахунку нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних показує що для розв'язку практичних задач ефективним буде використання комбінованого методу – модифікованого методу прямих. В роботі проаналізований його розвиток та можливості використання. Запропонована подальша модифікація методу прямих, в якій на першому етапі застосовується інша схема розв'язання початково-граничної багатовимірної задачі на основі побудови системи одновимірних, по просторових координатах, редукованих рівнянь, граничних та початкових умов, а також використання сучасних та ефективних методів розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь для другого етапу методу прямих.

У другому розділі описані основні об'єкти дослідження, наведені вихідні диференціальні рівняння, які описують статичний розрахунок НДС нетонких пластин та оболонок циліндричної форми та товстих оболонок при термосиловому навантаженні. Запропоновано загальний спосіб моделювання граничних умов.

Для редукування вихідних рівнянь модифікованим методом прямих, запропоновано формулювати вихідні рівняння у формі системи диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку. Вихідні рівняння отримані перетворенням класичних диференціальних рівнянь теорії пружності в циліндричній

системі координат за допомогою співвідношень Коші, та записані у вигляді переміщень, та компонентою для розрахунку термопружності (1):

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \sigma_{zz} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\ \tau_{r\theta} &= \mu \left(\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r} \right); \\ \tau_{\theta z} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right); \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right).\end{aligned}\tag{1}$$

де λ, μ - коефіцієнти Ляме, $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, ν - коефіцієнт Пуассона.

Для врахування граничних і початкових умов задач теорії пружності, що є вісесиметричними тілами, які розглядаються у даній роботі, записуються вихідні диференціальні рівняння та початкові умови, задаються значення початкових переміщень та жорсткостей.

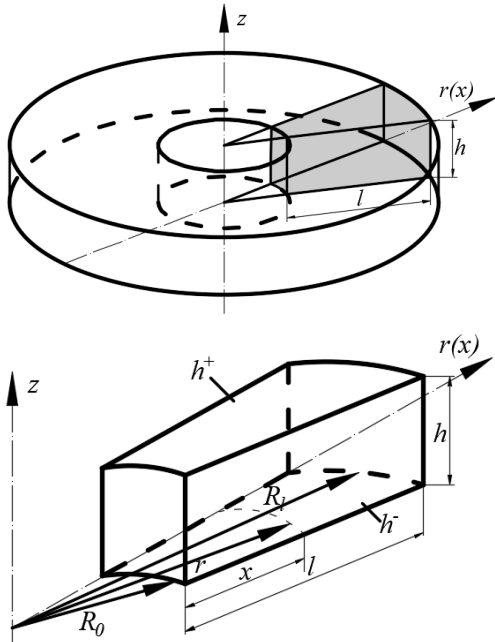


Рис. 1 Обрана розрахункова область в нетонкій кільцевій пластині

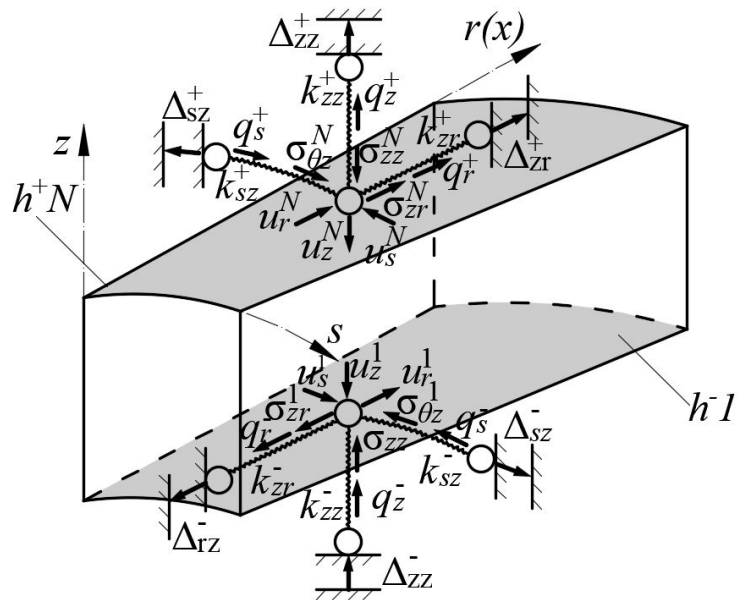


Рис. 2 Умови закріплення та навантаження тривимірної вісесиметричної моделі об'єкту на торцевих гранях

Для не тонкої кільцевої пластини та її елементарної частини – розрахункової області (рис. 1), на кожній з шести граничних площин змодельємо граничні умови, за аналогією до тривимірної задачі в загальному вигляді. На Рис. 2 представлені

умови закріплення та навантаження торцевих граней, за допомогою стержнів заданої жорсткості, та складені рівняння рівноваги (2).

$$\begin{aligned}
 \sum r = 0; & \quad \sigma_{zr}^N + q_r^+(x) + k_{zr}^+ (\Delta_{zr}^+(x) + u_r^N(x)) = 0; \\
 \sum z = 0; & \quad -\sigma_{zr}^N - q_z^+(x) + k_{zr}^+ (\Delta_{zr}^+(x) - u_z^N(x)) = 0; \\
 \sum s = 0; & \quad -\sigma_{\theta z}^N - q_s^+(x) + k_{sz}^+ (-\Delta_{sz}^+(x) - u_s^N(x)) = 0; \\
 \sum r = 0; & \quad \sigma_{zr}^1(x) + q_r^-(x) + k_{zr}^- (\Delta_{zr}^-(x) - u_r^1(x)) = 0; \\
 \sum z = 0; & \quad \sigma_{zz}^1(x) + q_z^-(x) + k_{zz}^- (\Delta_{zz}^-(x) - u_z^1(x)) = 0; \\
 \sum s = 0; & \quad -\sigma_{\theta z}^1 - q_s^-(x) + k_{sz}^- (\Delta_{sz}^-(x) + u_s^1(x)) = 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Рівняння рівноваги відносно осей (2) записані для торцевих граней. Аналогічно визначаються умови закріплення та навантаження на бічних радіальних гранях та бічних гранях в коловому напрямку для тривимірної вісесиметричної моделі об'єкту.

Проекційний метод в даній постановці вимагає, при формуванні вихідних граничних задач, використовувати природні граничні умови, якими є задані напруження на границі тіла. Такого вигляду граничні умови можна моделювати як взаємодію граничної точки поверхні тіла з оточуючим середовищем або іншими тілами за допомогою пружних стержнів відомої жорсткості k Рис. 3.

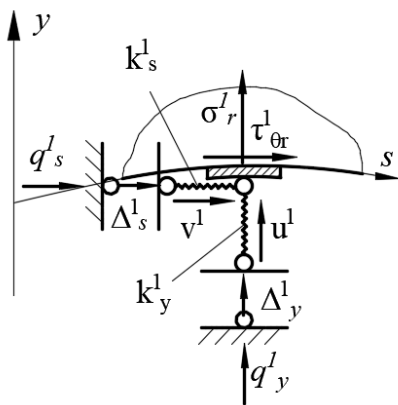


Рис. 3 Граничні умови при $y = 0$

У двовірному випадку (плоска задача) при взаємодії кожної точки граничної поверхні з оточуючим середовищем, граничні умови моделюються двома пружними стержнями. Розглядаючи окремі перерізи вздовж граничної площини вісесиметричного тіла, визначається залежність між зовнішніми впливами, переміщеннями та напруженнями на контурі області тіла. На Рис.3 показано модель закріплення кожної точки тіла при $y=0$.

Тут Δ - відоме переміщення зовнішнього середовища; q - інтенсивність силових факторів, прикладених в околі точки поверхні. Вказані додатні

напрямки цих впливів. Кожна величина має індекси: перший вказує напрям нормалі заданого перерізу, другий вказує напрям дії. Для отримання рівнянь записується сума проекцій на відповідні осі, за аналогією до тривимірного випадку.

Розглянемо вісесиметричну задачу теорії пружності як випадок плоскої деформації. По коловій координаті, враховуючи вісесиметричне навантаження, функції не змінюються. При такій постановці існує два варіанти зниження вимірності – по координаті z та координаті r Рис. 4-5.

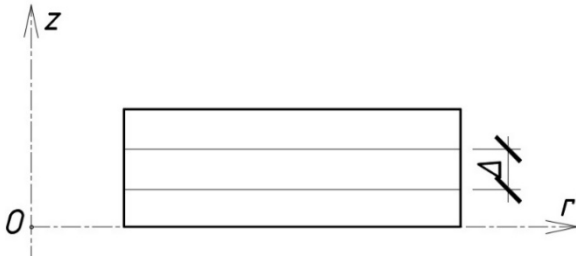


Рис. 4 Поділ лініями осьового перерізу по координаті z

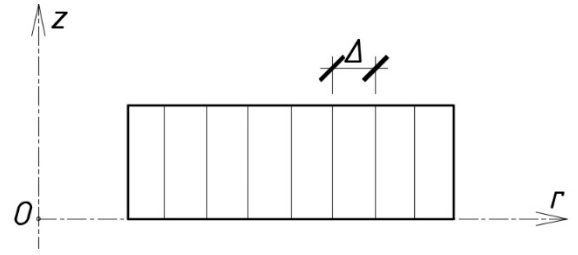


Рис. 5 Поділ лініями осьового перерізу по координаті r .

Зниження по координаті z : задача Коші розв'язується відносно функцій u_r^* , u_z^* , σ_{rr} , τ_{rz} . Зниження вимірності по координаті r : задача Коші розв'язується відносно функцій u_z^* , u_r^* , σ_z , τ_{rz} . Тут проведено заміну $\partial s = r\theta$, $ds = rd\theta$, $u_r^* = \mu u_r$, $u_\theta^* = \mu u_\theta$. По координаті r виконується зниження вимірності, а по s використовується метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова відносно функцій переміщень u_θ^* , u_r^* яким відповідають функції напружень $\sigma_{\theta\theta}$, $\tau_{r\theta}$.

Для перетворення рівнянь та зниження вимірності по осьовій координаті в якості вихідних розрахункових рівнянь приймаємо рівняння (1), які є системою диференціальних рівнянь в частинних похідних першого порядку (тобто в формі Коші).

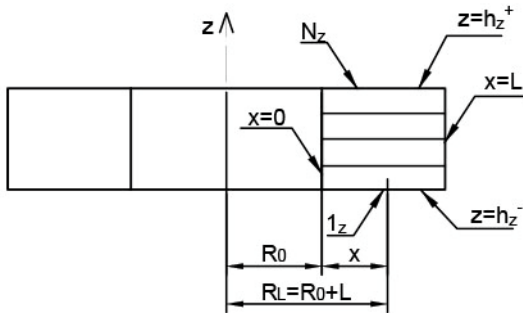


Рис. 6 Область у вісесиметричному тілі

Ці рівняння визначені у вісесиметричній області $D = [R_0, R_L] \otimes [0, 2\pi] \otimes [h_z^-, h_z^+]$ Рис. 6, яка отримується поворотом області $D_0 = [0 \leq x \leq R] \otimes [h_z^-, h_z^+]$ на кут $\theta \in [0, 2\pi]$

Зручно замість координати r використовувати координату $x \in [0, L]$.

В зв'язку з лінійною заміною змінних $r = R_0 + x$ маємо тотожність $\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x}$.

Якщо задані впливи можна представити у розкладі по косинусу, це ортогональна система функцій, але не нормована. Першим елементом цієї системи є $\cos 0^\circ = 1$. Цій функції відповідає вісесиметричний напружено-деформований стан. В цьому стані внаслідок осьової симетрії вихідні рівняння значно скорочуються: $u_\theta = 0$, $\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_z = 0$, $\varepsilon_{rz} = 0$, $\varepsilon_{\theta z} = 0$ і рівняння набирають вигляду:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\lambda}{R_0 + x} u_r + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\
\sigma_{\theta\theta} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}, \text{ або } \sigma_{\theta\theta} = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr} + \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r}{r} + \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\
\sigma_{zz} &= \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\lambda}{R_0 + x} u_r + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\
\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{R_0 + x} + \bar{R}_t &= 0; \\
\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{R_0 + x} + \bar{\theta}_t &= 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

тут $\bar{R}_t, \bar{\theta}_t$ сумарні переміщення від силових та температурних навантажень.

Рівняння (3) при $R_0 \rightarrow \infty$ перетворюються на вихідні рівняння плоскої задачі теорії пружності (плоска деформація). А якщо при цьому зробити відому заміну коефіцієнтів Ляме, то отримаємо:

$$\lambda \rightarrow \lambda^* = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu}, \mu \rightarrow \mu^* = \mu$$

Після редукування рівняння (3), для розв'язування термопружних задач використовується система (4):

$$\begin{aligned}
\frac{du_r^i}{dx} &= \frac{\sigma_r^i}{\lambda + 2\mu} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r}{R_0 + x} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g^{ij} b_{j\alpha} u_z^\alpha; \\
\frac{du_z^i}{dx} &= \frac{\tau_{rz}^i}{\mu} - g^{ij} b_{j\alpha} u_r^\alpha; \\
\frac{d\sigma_r^i}{dx} &= \frac{\sigma_r^i - \sigma_\theta^i}{R_0 + x} - g^{iN_z} \tau_{rz}^{N_z} + g^{i1_z} \tau_{rz}^{1_z} + g^{ij} b_{\alpha j} \tau_{rz}^\alpha - \bar{R}_t; \\
\frac{d\tau_{rz}^i}{dx} &= -g^{iN_z} \sigma_z^{N_z} + g^{i1_z} \sigma_z^{1_z} + g^{ij} b_{\alpha j} \sigma_z^\alpha - \frac{\tau_{rz}}{R_0 + x} - \bar{\theta}_t.
\end{aligned} \tag{4}$$

Зважаючи на актуальність та великий об'єм розрахунків задачі в якості вихідних рівнянь розглядаємо просторову задачу теорії пружності в циліндричній системі координат. За допомогою модифікованого методу прямих можна досліджувати напружено-деформований вісесиметричний стан при термопружних впливах.

В даному розділі розглянуто побудову розрахункових моделей вісесиметричного тіла в циліндричній системі координат, що розглядаються як плоска задача теорії пружності при статичному та термосиловому навантаженні по координаті z . Розглянута задача плоскої деформації в якій розв'язувальні рівняння перетворені до плоскої задачі Коші, та проведено зниження її вимірності по осьовій та по окружній координатах при розв'язанні рівнянь для опису НДС вісесиметричних тіл.

У третьому розділі розглянуті особливості модифікованого методу прямих, на основі проекційного методу Бубнова-Гальоркіна-Петрова з редукуванням вихідних диференціальних рівнянь та граничних умов по одній та двох просторових координатах. Проведено редукування вихідних диференціальних рівнянь по радіальній координаті.

Для розрахунку тіло розбито прямими з кроком Δ . По координаті θ функції залишаються неперервними. Для зручності проведемо заміну, перейдемо до нової системи координат y, s , де $y \in [0; h]$ і $s \in [0; L]$ Рис.7, змінна r записана через $r = R_0 + y$, тоді $dr = d(R_0 + y) = dy$. Довжина дуги $s = r\theta$, а $ds = (R_0 + y)d\theta$, де R_0 - початковий радіус.

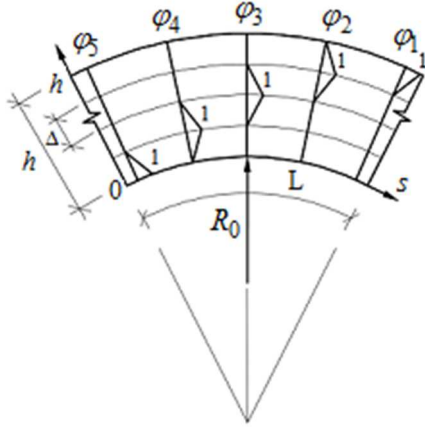


Рис. 7 Система базисних функцій коефіцієнтах:

Зауважимо, що при перемноженні вихідної системи рівнянь на систему базисних функцій $\varphi_i(y)$, яка не задовольняє граничні умови, необхідно виконувати інтегрування по частинам, що дає можливість врахувати граничні умови на 1-й і n -й прямій. У результаті інтегрування від 0 до h , отримаємо редуковану систему в змішаній формі. Далі проведено узгодження коефіцієнтів за допомогою операції піднімання і опускання індексів, і остаточно отримаємо систему рівнянь записану в

$$\frac{du_{\theta}^{*\alpha}}{ds} = (1 - \mu^2) \sigma_{\theta}^{\alpha} - (\mu \cdot q^{\alpha i} \cdot b_{ij} + q^{\alpha i} \cdot d_{ij}) \cdot u_r^{*j}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_r^{*\alpha}}{\partial s} = 2(1 + \mu) \tau_{r\theta}^{\alpha} - q^{\alpha i} \cdot b_{ij} \cdot u_{\theta}^{*j} + q^{\alpha i} \cdot d_{ij} \cdot u_{\theta}^{*j}; \quad (6)$$

$$\frac{d\sigma_{\theta}^{\alpha}}{ds} = -q^{\alpha i} [\tau_{r\theta}^n - \tau_{r\theta}^1] + (q^{\alpha i} \cdot b_{ji} - 2q^{\alpha i} \cdot d_{ij}) \tau_{r\theta}^j - \theta^{\alpha}; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{r\theta}^{\alpha}}{ds} = & -q^{\alpha i} [\sigma_r^n - \sigma_r^1] + \mu \cdot q^{\alpha i} \cdot b_{ji} \cdot \sigma_{\theta}^j + q^{\alpha i} \cdot b_{ji} \cdot q^{jk} \cdot b_{k\beta} \cdot u_r^{*\beta} - \\ & - \mu \cdot q^{\alpha i} \cdot d_{ij} \cdot \sigma_{\theta}^j - q^{\alpha i} \cdot c_{ij} \cdot u_r^{*j} + q^{\alpha i} \cdot d_{ij} \cdot \sigma_{\theta}^j - R^{\alpha} \end{aligned} \quad (8)$$

де $\partial s = r\theta$, $ds = rd\theta$, $u_r^* = \mu u_r$, $u_{\theta}^* = \mu u_{\theta}$.

Рівняння рівноваги в частинних похідних мають особливість зниження вимірності. При обчисленні інтегралу, під знаком якого стоїть похідна по змінній z від компоненти тензору напружень, необхідно "пом'якшувати" інтегрування по відповідній змінній, перетворюючи інтеграл по частинам. При цьому граничні умови на бічних гранях, які з'являються при інтегруванні частинами, враховують силові та кінематичні впливи і потрапляють до редукованих рівнянь рівноваги.

Аналогічно редукуються граничні умови на торцях. При виборі системи диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку усі граничні умови є алгебраїчними співвідношеннями, тому редукування алгебраїчних співвідношень формально зводиться до заміни невідомих функцій їх коефіцієнтами. Система редукованих рівнянь має вигляд:

$$\frac{du_r^i}{dx} = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{u_r^i(x)}{R_0 + x} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g^{ij} \cdot b_{j\alpha} \cdot u_z^\alpha(x) + \frac{1}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr}^i; \quad (9)$$

$$\frac{du_z^i}{dx} = -g^{ij} \cdot b_{j\alpha} \cdot u_r^\alpha(x) + \frac{1}{\mu} \sigma_{rz}^i(x);$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{rr}^i}{dx} = & -g^{iN} [-k_{rz}^+ \cdot u_r^N(x) + k_{rz}^+ \cdot \Delta_{rz}^+(x) + q_r^+(x)] + \\ & + g^{i1} [k_{rz}^- \cdot u_r^1(x) - k_{rz}^- \cdot \Delta_{rz}^-(x) - q_r^-(x)] + g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot \sigma_{rz}^\alpha - \sigma_{rr}^i + \\ & + \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{u_r^i(x)}{R_0 + x} + \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} g^{ij} \cdot b_{j\alpha} \cdot u_z^\alpha(x) + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \sigma_{rr}^i - \bar{R}_t^i; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{rz}^i}{dx} = & \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{R_0 + x} g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot u_r^\alpha(x) + g^{iN} \cdot k_{zz}^N(x) \cdot u_z^N(x) + \\ & + g^{i1} \cdot k_{zz}^- \cdot u_z^1(x) + \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \cdot g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot g^{\alpha j} \cdot b_{j\gamma} \cdot u_z^\gamma(x) + \\ & + \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g^{ij} \cdot b_{\alpha j} \cdot \sigma_{rr}^\alpha(x) - \frac{1}{R_0 + x} \sigma_{rz}^i(x) - \bar{\theta}_t^i. \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогічно проведено редукування вихідних диференціальних рівнянь по коловій та осьовій координатам.

В даному розділі описані головні ідеї модифікованого методу прямих, проаналізовано підхід до зниження вимірності вихідних рівнянь теорії пружності в модифікованому методі прямих, а також особливості застосування методу Бубнова-Гальоркіна-Петрова для визначення і задоволення природних граничних умов за допомогою введення базисних функцій.

У четвертому розділі розв'язані задачі по чисельному дослідженню НДС вісесиметричних задач із застосуванням модифікованого методу прямих. Представлена загальна структура програмного забезпечення для дослідження НДС вісесиметричних тіл.

Для тестування методики та програмного забезпечення розглянута задача про теплопровідність циліндру (Гуляр О.І. та ін. «Розв'язання просторової задачі нестационарної теплопровідності на основі напіваналітичного методу скінченних елементів», 2015). Вихідні дані: $r_1 = 10$ мм, $r_2 = 40$ мм, температура на внутрішній поверхні стінки $T_1 = 100^\circ \text{C}$, $T_2 = 400^\circ \text{C}$. Дискретна модель приведена на Рис. 8.

Отримані результати представлені в таблиці 1, та порівнювались з аналітичним розв'язком і результатами НМСЕ, похибка є незначною і складає в межах 2%, що підтверджує достовірність отриманих результатів.

Для демонстрації можливостей методики та програмного забезпечення проведено моделювання температурних полів та визначені переміщення, що виникають в поперечних перерізах конструкції за рахунок розв'язання задачі термопружності модифікованим методом прямих.

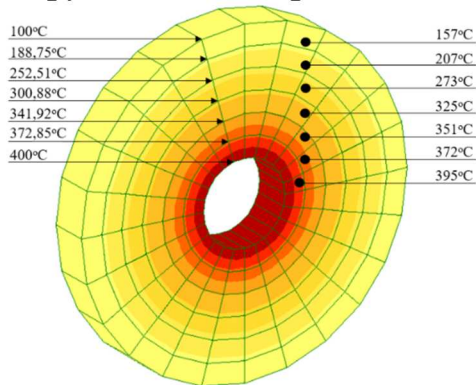


Рис. 8 Дискретна модель з наведеними значеннями температури

Було проведено комп'ютерне моделювання конструкції трубопроводу великого тиску для роботи в парових турбінах при внутрішньому тиску в ньому до 15 МПа та температурі $T_B = 550^\circ C$. Зовнішня поверхня трубопроводу термоізолювана $T_3 = 60^\circ C$. Внутрішній діаметр труби 20 мм, зовнішній діаметр – 80 мм, довжина відрізка труби, що заземлена по торцям, складає 2000 мм.

Сформована комп'ютерна модель конструкції з урахуванням температурних навантажень, власної ваги конструкції та внутрішнього тиску пари. В результаті розрахунку напружено-деформованого стану конструкції отримані поля нормальних та дотичних напружень у всіх поперечних перерізах.

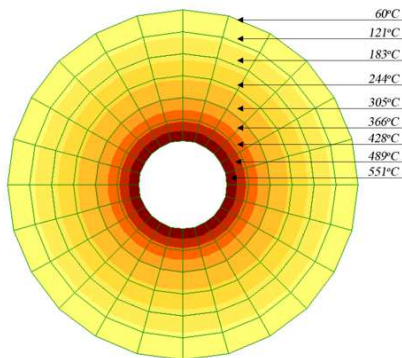


Рис. 9 Ізолії температурних полів

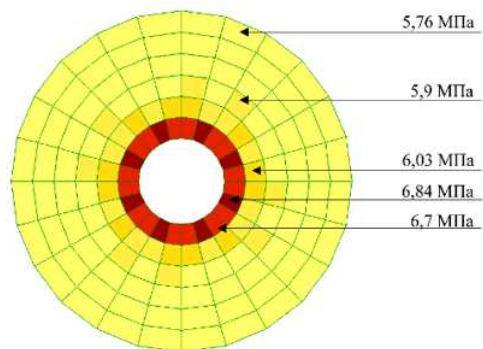


Рис. 10 Ізолії радіального напруження від температурного навантаження

Таблиця 1

ρ , мм	Температура T , $^\circ C$			Похибка, %	
	Аналітично	Модифікований метод прямих	НМСЕ	Модифікований метод прямих	НМСЕ
10	100	100	100	0	0
15	187,74	188,75	186,68	0,53	0,56
20	250	252,51	247,93	1,00	0,83
25	298,27	300,88	296,15	0,87	0,71
30	337,74	341,92	336,65	1,23	0,32
35	371,10	372,85	370,33	2,63	0,20
40	400	400	400	0	0

За допомогою власного програмного забезпечення в поєднанні з ПК LIRA SAPR проведено чисельне дослідження НДС реальних задач: магістральних трубопроводів в місцях переходів через перешкоди (автостради, залізничні колії, річки, компенсатори температурного видовження та ін., Рис.12, Рис.13) і тунелю метрополітену в екстремальних умовах експлуатації.

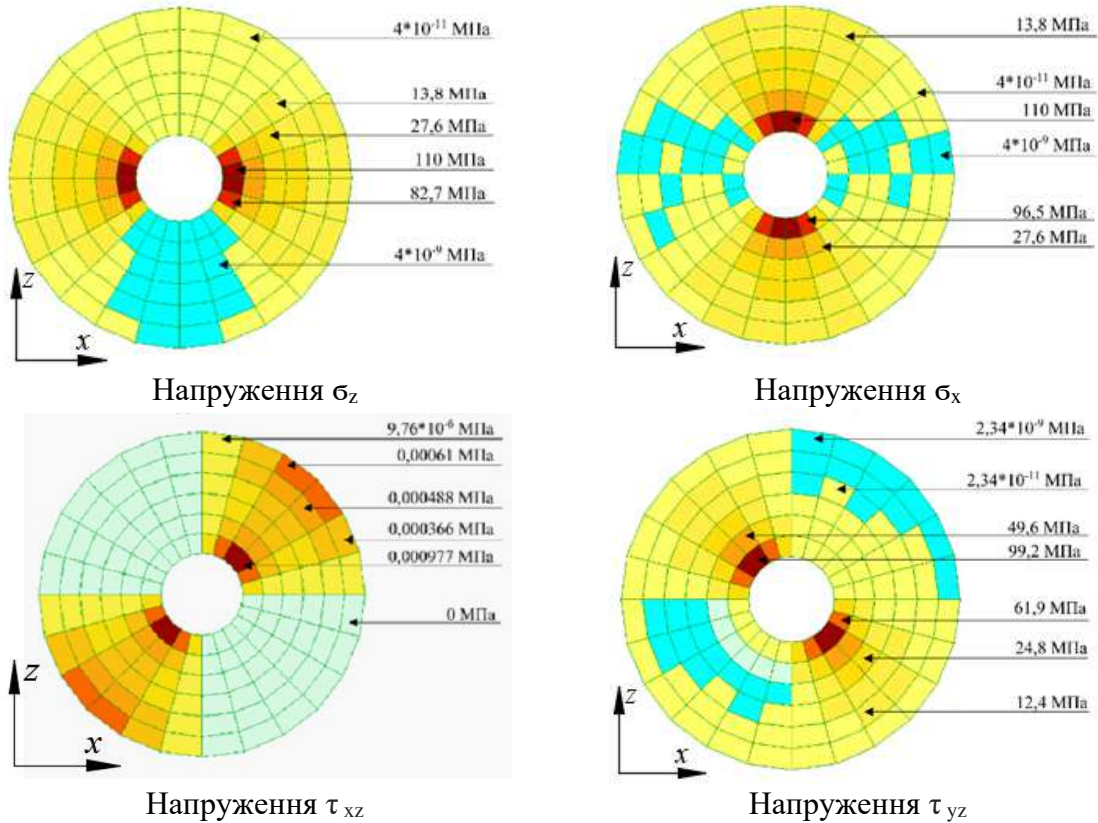


Рис.11 Ізолінії температурних полів та ізополя напружень від комплексного навантаження в середньому перерізі конструкції

Для чисельного моделювання трубопроводів в місцях переходів через перешкоди були розглянуті сталеві труби довжиною 8м, с жорстким зацмленням по кінцям, зовнішнім діаметром 530мм, з товщиною стінок 10мм, 16мм і 20мм.



Рис. 12 Перехід над перешкодою магістрального трубопроводу



Рис. 13 Тунель метрополітену

В комплексному навантаженні на трубопроводі, Рис.12, були враховані: власна вага труби довжиною 8м в залежності від товщини стінки(10мм, 16мм, 20мм); вага теплоносія (води) всередині труби; тиск води всередині труби (12 атм. = 120 т/м²); температура теплоносія всередині труби – 150 °С; температура на

зовнішній поверхні труби під утеплювачем - 20 °С; вага утеплювача та зовнішнього опорядження. За допомогою модифікованого методу прямих у власному програмному забезпеченні вирішена задача термопружності та визначені напруження і переміщення від температурного навантаження. Сформоване комплексне навантаження, від всіх зовнішніх силових факторів та температурного навантаження у вигляді переміщень для дослідження НДС просторової моделі в ПК LIRA SAPR.

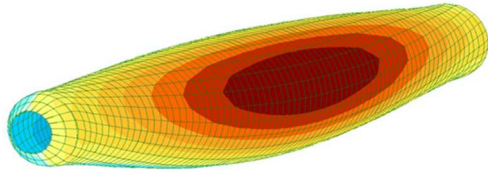


Рис.14 Деформована схема та переміщення U_x

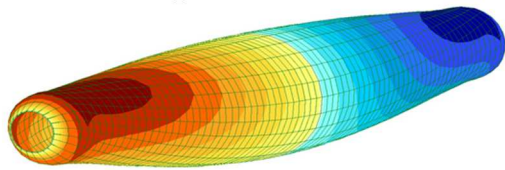


Рис.15 Деформована схема та переміщення U_y

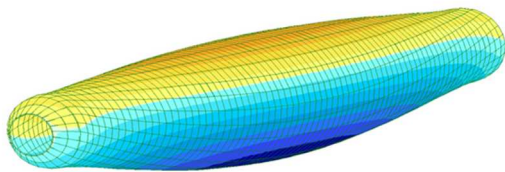


Рис.16 Деформована схема та переміщення U_z

В результаті чисельного дослідження отримані схеми деформування та ізополя переміщень Рис. 14-16, а також були визначені нормальні, дотичні напруження та переміщення для крайнього $Y=0$ м та середнього $Y=4$ м перерізів.

На Рис. 17 показані результати розрахунку нормальних, дотичних напружень та переміщень від комплексного навантаження в середньому перерізі трубопроводу при $Y=4$ м та товщині трубопроводу 10мм на зовнішній поверхні труби.

В таблиці 2 представлені максимальні значення величин нормальних, дотичних напружень та переміщень чисельного моделювання трубопроводів в залежності від товщини стінки 10 мм, 16 мм та 20 мм в перерізі по середині прольоту при $Y=4$ м.

Аналіз отриманих результатів показує, що найбільші напруження виникають в середньому перерізі трубопроводу від комплексного навантаження на внутрішній поверхні трубопроводів, вплив температурних навантажень в межах 10%.

Таблиця2

Товщина трубопроводу, мм	Максимальні нормальні напруження, МПа			Максимальні дотичні напруження, МПа			Найбільші переміщення по осям, мм		
	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{zz}	τ_{xz}	τ_{xy}	τ_{yz}	X	Y	Z
10	170	224	234	68,2	58,2	12,7	0,013	0,0008	0,016
16	169	266	233	63,5	36,6	13,0	0,008	0,0008	0,010
20	169	266	233	63,2	18,9	13,0	0,006	0,0008	0,008

Посередині прольоту величини напружень та їх розподілення практично не змінюються, також майже не змінюються величини деформацій, вони практично не залежать від збільшення товщини трубопроводів, що дає можливість по суттєвій економії матеріалів та для прийняття оптимальних проектних рішень.

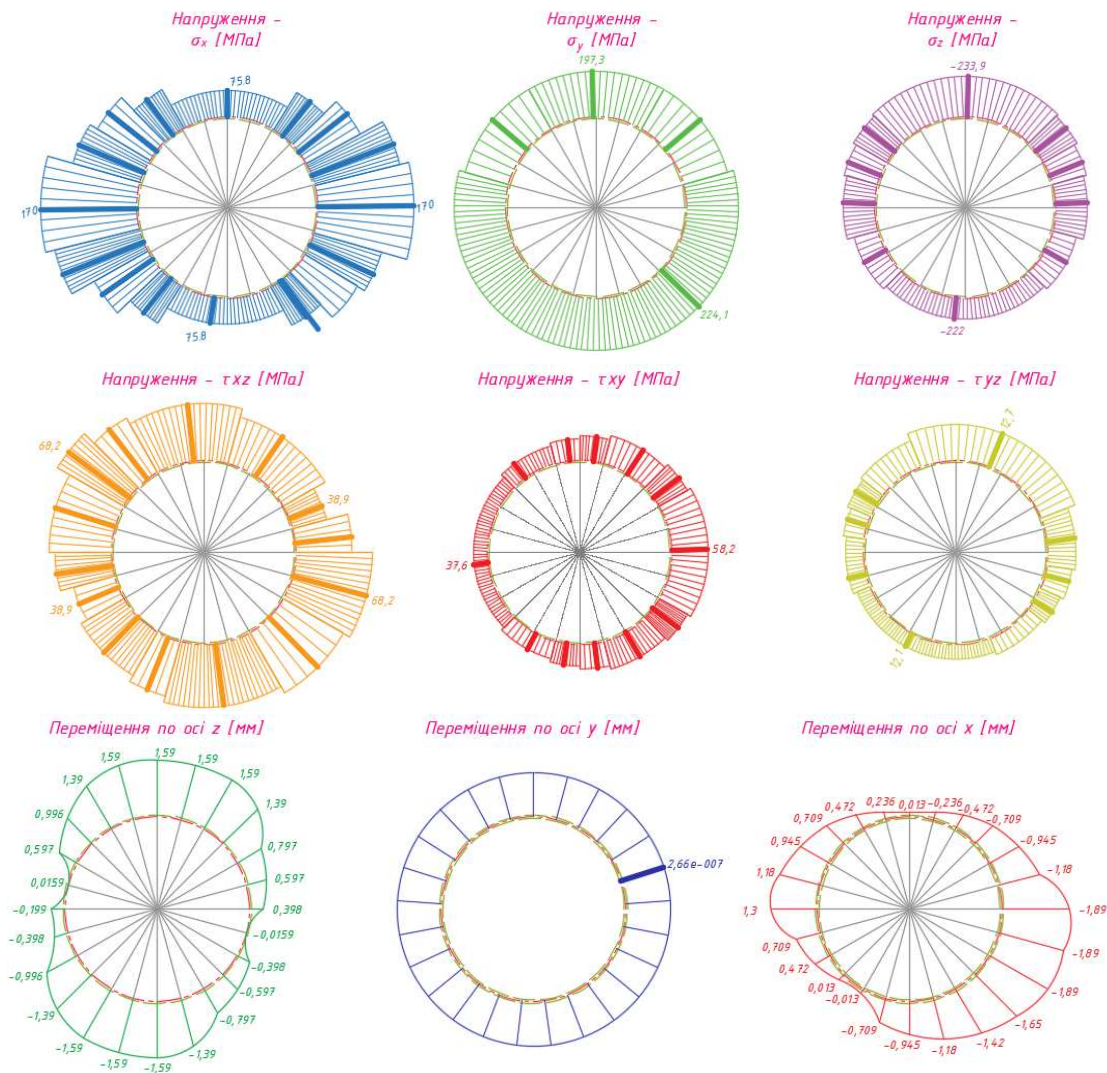


Рис. 17 Напруження та переміщення посередині прольоту трубопроводу 10 мм

Досліджено НДС фрагменту тунелю метрополітену Рис. 13 діаметром 5500 мм з товщиною стінки 200 мм довжиною 50 м з урахуванням всіх типів навантажень. В комплексному навантаженні на тунель метрополітену були враховані такі види: власна вага конструкції тунелю 550 кг/м²; вага ґрунту 1300 кг/м²; власна вага опорної площадки для залізничних колій 1375 кг/м²; вага потягу на коліях 1500 кг/м²; бічний тиск ґрунту 600 кг/м². Також були розглянуті екстремальні умови експлуатації тунелю, при виникненні в ньому пожежі з внутрішньою температурою до 400 °С, - температура на зовнішній поверхні тунелю 20 °С.

Розрахунок проводився в три етапи: на першому для визначення температурного впливу на конструкції тунелю проводиться розв'язок задачі термопружності модифікованим методом прямих та визначаються переміщення в конструкції тунелю від дії температури за допомогою власного програмного забезпечення Рис. 18; на другому – переміщення температурного навантаження Рис. 19 та статичне навантаження формуються у вигляді комплексного навантаження для подальшого розрахунку в ПК LIRA SAPR; на третьому – проводився розрахунок НДС в програмному комплексі LIRA SAPR від дії комплексного навантаження. Всі навантаження умовно прийняті як постійні.

На Рис. 20 представлені ізополя напружень σ_{xx} , на Рис. 21 представлені ізополя переміщень U_x при комплексному навантаженні, у всьому тунелі (а) та в початковому (б) і середньому (в) перерізах.

Аналіз результатів чисельного моделювання просторової моделі тунелю метрополітену від дії комплексного навантаження (статичного та температурного) показав значний вплив температурного навантаження, що призводить до збільшення напружень та переміщень на величину до 40-50%, що може привести до втрати міцності та жорсткості окремих конструкцій тунелю та втрати загальної несучої спроможності тунелю в цілому. Створена методика чисельного моделювання просторових моделей та комплексне програмне забезпечення значно прискорює прийняття оптимальних проектних рішень.

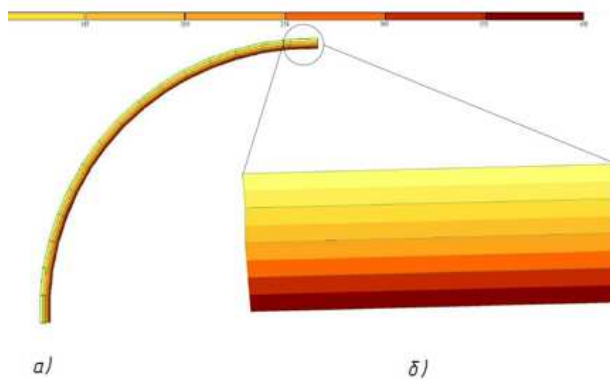


Рис.18 Ізополя температур; а) - в чвертині тунелю; б) – в розрахунковому елементі.

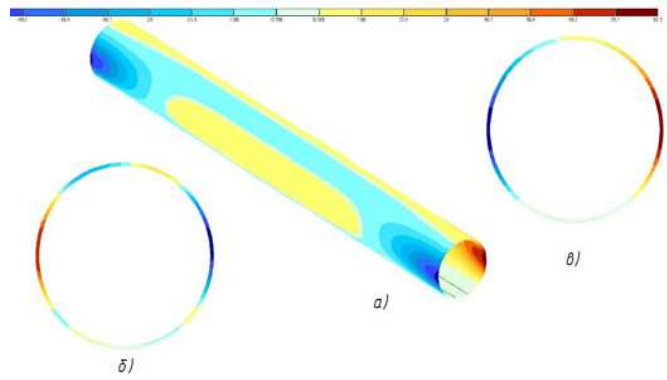


Рис.19 Ізополя переміщень U_x при температурному впливі

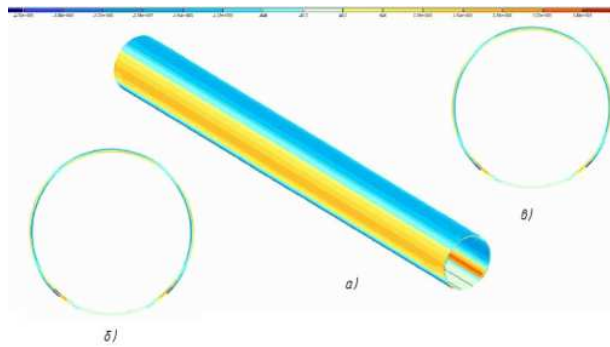


Рис.20 Ізополя нормальних напружень σ_{xx} при комбінації навантажень

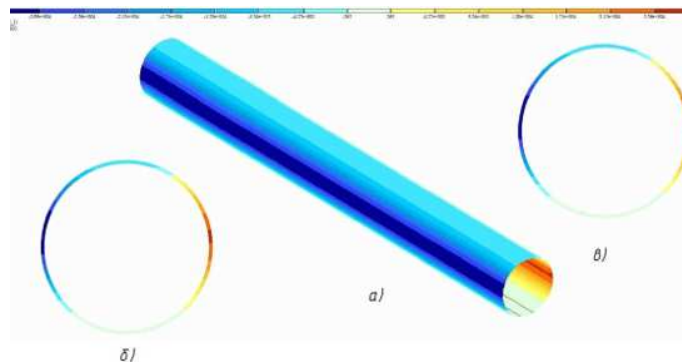


Рис.21 Ізополя переміщень U_x при комбінації навантажень

В даному розділі проведено чисельне моделювання НДС вісесиметричних тіл з використанням основних положень розробленої методики і програмного забезпечення на прикладі задачі про теплопровідність циліндру, що демонструють їх можливості. Проведено дослідження НДС магістральних трубопроводів в місцях переходів через перешкоди та компенсатори від комплексного навантаження. Проведено чисельне моделювання тунелю метрополітену. Завдяки створеній чисельній моделі тунелю метрополітену та врахуванню всіх зовнішніх навантажень виявляються найбільш невідгідні місця концентрації впливів (силових, температурних) на конструкції тунелю.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В дисертаційному дослідженні на основі модифікованого методу прямих було вирішено ряд важливих задач:

1. Модифіковано варіаційний принцип, який ґрунтується на використанні методу Гамільтона в аналітичній механіці, стосовно виведення тривимірних диференціальних рівнянь в частинних похідних, що в рамках лінійної теорії пружності тіла описують деформування нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних.

2. Приведені тривимірні системи диференціальних рівнянь в частинних похідних до одновимірних з використанням процедури методу Бубнова-Гальоркіна, за якою всі функції напружень і переміщень розкладені у подвійні тригонометричні ряди за коловим напрямком і вздовж твірної циліндра так, щоб вони задовольняли крайовим умовам.

3. Розроблені алгоритми використання модифікованого методу прямих та комп'ютерне програмного забезпечення, в якому в єдиному обчислювальному процесі поєднуються з розрахунковим комплексом LIRA SAPR процедури для встановлення параметрів напружено-деформованого стану та розрахунку конструкцій нетонких пластин та циліндричних оболонок, в тому числі товстостінних, при термосиловому навантаженні.

4. Для тестування методики проведено чисельне моделювання задачі про теплопровідність циліндру та продемонстровані можливості роботи програмного комплексу при різних комбінаціях дії зовнішніх силових та температурних факторів, що не викликають сумнівів стосовно їх достовірності.

5. Проведено чисельне моделювання реальних конструкцій на основі розробленого комп'ютерного програмного забезпечення, щодо встановлення параметрів напружено-деформованого стану трубопроводів в місцях компенсаторів та переходів через перешкоди і тунелю метрополітену при екстремальних умовах експлуатації.

АНОТАЦІЯ

Янсонс М.О. Модифікований метод прямих в задачах вісесиметричних тіл при термосиловому навантаженні. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 «Будівельна механіка». – Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, Київ, 2024 р.

Дисертаційна робота присвячена дослідженням в галузі механіки твердих тіл та вирішенню задач будівельної механіки пов'язаних з напружено-деформованим станом конструкцій під впливом статичних та температурних навантажень, розробкою комплексного підходу до вирішення такого типу задач, з використанням модифікованого методу прямих і його поширення на об'єкти вісесиметричної форми. Проведено історичний аналіз методів вирішення багатовимірних задач будівельної механіки, сучасний стан методів, їх переваги і недоліки, можливості застосування в сучасних програмних розрахункових комплексах. Проаналізовані переваги та недоліки аналітичних, наближених, чисельних та комбінованих

методів, а також методу прямих. Проведений аналіз методу прямих, його історичний розвиток та модифікація до сучасного стану, основних ідей методу та підходу до зниження вимірності вихідних рівнянь теорії пружності з задоволенням природних граничних умов по методу Бубнова-Гальоркіна-Петрова, де в якості базисних функцій використовуються локально зосереджені функції – «функції кришки». Сформовано системне уявлення про розробку комплексного підходу до вирішення задач зниження вимірності диференціальних рівнянь теорії пружності з використанням модифікованого методу прямих та застосування програмного забезпечення для чисельної реалізації підходу. Висвітлений алгоритм роботи програмного забезпечення для чисельного дослідження НДС вісесиметричних задач з використанням модифікованого методу прямих в єдиному обчислювальному процесі з програмним комплексом LIRA SAPR. Для тестування методики проведено чисельне моделювання задачі про теплопровідність циліндру та продемонстровані можливості роботи програмного комплексу. Проведено чисельне дослідження НДС магістральних трубопроводів в місцях переходів через перешкоди та компенсатори від комплексного навантаження, та чисельне моделювання НДС тунелю метрополітену з урахуванням всіх типів навантажень в екстремальних умовах. Результати отримані в дисертаційній роботі за допомогою ефективного комплексного використання напіваналітичного модифікованого методу прямих та чисельних методів і розробки програмного забезпечення дало можливості впровадити результати роботи в практичне проектування.

Ключові слова: модифікований метод прямих, об'єкти вісесиметричної форми, редуковані граничні умови, редуковані рівняння рівноваги в частинних похідних, система редукованих диференціальних рівнянь у формі Коші, метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова, напіваналітичні та чисельні методи, напружено-деформований стан, міцність, жорсткість, температурні впливи, чисельне моделювання, програмне забезпечення.

ANNOTATION

Yansons M. Modified method of straight lines in problems of axisymmetric bodies under thermoforce loading. - Manuscript.

Dissertation for obtaining the scientific degree of Candidate of Technical Sciences in the specialty 05.23.17 "Construction Mechanics". – Kyiv National University of Construction and Architecture, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2024.

This dissertation focuses on research in the field of solid mechanics and addresses structural mechanics problems related to the stress-strain state (SSS) of structures under static and thermal loads. It develops a comprehensive approach to solving this type of problem using a modified method of lines, extending it to axisymmetric objects. The study includes a historical review of methods for solving multidimensional problems in structural mechanics, analyzing contemporary methods, their advantages, limitations, and potential for application in modern computational software systems. The advantages and limitations of analytical, approximate, numerical and hybrid methods, as well as the method of lines. The dissertation explores the method of lines, its historical progression, modifications to its current form, core principles, and the approach for reducing the

dimensionality of original elasticity theory equations while satisfying natural boundary conditions based on the Bubnov-Galerkin-Petrov method, where locally concentrated functions "cover functions" are used as basis functions. A systematic representation is provided on the development of an integrated approach for solving dimensionality reduction problems in the differential equations of elasticity theory using a modified method of lines and the application of software for the numerical implementation of this approach. An algorithm for the software developed to conduct numerical investigations of the SSS of axisymmetric problems using the modified method of lines in conjunction with the LIRA SAPR software package is presented. The methodology was tested by numerically modeling a cylinder's heat conductivity problem, demonstrating the capabilities of the software package. Further, numerical research was conducted on the SSS of main pipelines in areas of transitions across obstacles and compensators under complex loading, as well as numerical modeling of the SSS of a subway tunnel under all types of loading in extreme conditions. The results obtained through the efficient combined use of the semi-analytical modified method of lines and numerical methods, along with the development of software, have enabled the application of these findings in practical design.

Keywords: modified method of lines, axisymmetric objects, reduced boundary conditions, reduced equilibrium equations in partial derivatives, system of reduced differential equations in Cauchy form, S.K. Godunov's discrete orthogonalization method, semi-analytical and numerical methods, stress-strain state, strength, rigidity, thermal effects, numerical modeling, software.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Янсонс М.О. Метод прямих у циліндричній системі координат. /Левківський Д.В.// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 93, - Київ, КНУБА, 2014. – С. 118-124.
2. Янсонс М.О. Дослідження властивостей проєкційного методу в задачі згину балки. /Левківський Д.В. // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 62. ч.1, - Київ, КНУБА, 2016. – С. 338-344.
3. Янсонс М.О. Розрахунок товстої пластини модифікованим методом прямих. / Левківський Д.В.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 63, - Київ, КНУБА, 2017. – С. 247-250.
4. Янсонс М.О. Особливості застосування методу ліній для зниження вимірності диференціальних рівнянь теорії пружності в циліндричній системі координат. /Левківський Д.В.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 66. – Київ, КНУБА, 2018. – С. 674-680.
5. Янсонс М.О. Модифікований метод прямих, алгоритм його застосування, можливості та перспективи. /Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Кошевий О.П., Левківський Д.В., Краснеєва А.О., Пошивач Д.В., Чубарев А.Г., Шорін О.А., Сович Ю.В.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 70. – Київ, КНУБА, 2019. – С. 595-616.
6. Янсонс М.О. Чисельна реалізація модифікованого методу прямих. /Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Кошевий О.П., Левківський Д.В., Краснеєва А.О., Пошивач Д.В., Чубарев А.Г., Шорін О.А., Сович Ю.В.// Містобудування та

- територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 74. – Київ, КНУБА, 2020. – С. 341-359.
7. Янсонс М.О. Розрахунок арочного кріплення методом прямих // Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей V Міжнародної конференції - м. Одеса 22-25 травня 2018. – С. 259-261.
 8. Янсонс М.О. Застосування узагальненого методу прямих для дослідження динамічного напружено-деформованого стану кільцевих нетонких пластин // Математичні проблеми технічної механіки – 2021: тези доповідей Міжнародної наукової конференції - м. Дніпро, Кам'янське 2021. – С. 22-24.
 9. Янсонс М.О. Модифікований метод прямих в статичних задачах вісесиметричних нетонких пластин. /Кошевий О.П., Левківський Д.В., Чубарев А.Г.// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. Збірник. - Вип.109 – Київ, КНУБА, 2022. - С. 342-358.
 10. Янсонс М.О. Моделювання температурних впливів в масивних тілах за допомогою модифікованого методу прямих. / Марчук О.С., Кошевий О.П., Чубарев А.Г.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 82. – Київ, КНУБА, 2023. – С. 185-197.
 11. Янсонс М.О. Побудова комплексної моделі реконструкції шляхопроводу на основі обстеження з використанням ВІМ-технологій /Кошевий О.П., Кошева В.О., Чубарев А.Г., Марчук О.С // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 83. - Київ, КНУБА, 2023. – С. 143-155.
 12. Янсонс М.О. Чисельне моделювання просторової моделі шляхопроводу для оцінки міцності та жорсткості на основі обстеження з використанням розрахункового комплексу Lira. /Кошевий О.П, Кошева В.О., Чубарев А.Г., Марчук О.С.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 84. – Київ, КНУБА, 2023. – С. 171-180.
 13. Янсонс М.О. Чисельне моделювання напружено деформованого стану магістральних трубопроводів в місцях переходів та компенсаторів при комплексному навантаженні. /Кошевий О.П., Кошева В.О., Чубарев А.Г., Марчук О.С.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 85. – Київ, КНУБА, 2024. – С. 257-267.
 14. Янсонс М.О. Чисельно-аналітичний підхід до розв'язання задач нестационарної теплопровідності не тонкої кільцевої пластини. /Кошевий О.П., Левківський Д.В., Сович Ю.В., Пошивач Д.В.// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. Збірник. – Вип.112 – Київ, КНУБА, 2024. - С. 185-194.
 15. Янсонс М.О. Чисельне моделювання температурних впливів на шляхопровід для створення просторової комп'ютерної моделі реконструкції. / Кошевий О.П., Кошева В.О., Чубарев А.Г., Марчук О.С.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 112. – Київ, КНУБА, 2024. – С.161-169.
 16. Янсонс М.О. Чисельне моделювання просторової моделі стану пошкодженого дев'ятиповерхового будинку для оцінки міцності та жорсткості на основі результатів обстеження. /Кошевий О.П., Лазарева М.В., Чубарев А.Г., Смоленский А.// Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. - Вип. 86. – Київ, КНУБА, 2024. – С. 314-328.

Підписано до друку 14.11.2024. Формат 148x210мм.
Папір офісний. Друк цифровий. Тираж 100 прим.
Видавництво
м.Київ. Свідоцтво про внесення до державного
реєстру Серія