

## АНОТАЦІЯ

*Максим'юк О. В.* Чисельне дослідження формозмінення просторових тіл напіваналітичним методом скінченних елементів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 131 «Прикладна механіка». – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, 2024.

Серед просторових конструкцій, що широко застосовуються в різних галузях техніки, значне місце займають призматичні тіла, геометричні та фізико-механічні характеристики яких змінні за всіма трьома напрямками.

В рамках цієї роботи будуть розглянуті тривимірні об'єкти довільного, не обов'язково однозв'язкового, поперечного перерізу з деякими обмеженнями на характер зміни геометрії з деякими обмеженнями на характер зміни геометрії вздовж з координат, а саме, об'єкт можна представити як результат руху точок поперечного перерізу вздовж деяких просторових шматочків. -Гладких кривих. У тілах можуть бути також передбачені вирізи і отвори, контури яких паралельні координатним поверхням.

Такі просторові тіла будемо надалі називати криволінійними призматичними, а за наявності неоднорідності фізико-механічних властивостей матеріалу - криволінійними неоднорідними тілами.

Велику кількість просторових конструкцій представляють призматичні тіла, геометричні та фізико-механічні характеристики яких змінні за всіма трьома напрямками. Об'єкти виділеного класу використовуються як природні конструкції, вузли і деталі в будівництві та різних галузях машинобудування. Наприклад, до них відносяться фундаменти промислових та цивільних будівель, елементи перекриттів та покриттів, арочні греблі, кронштейни, різці, зуби косозубих коліс тощо. Деформування конструкцій, що розглядаються, відбувається під дією силових і температурних факторів, причому, через наявність суттєвих перепадів температур можлива зміна фізико-механічних характеристик матеріалу. На сучасному рівні розвитку техніки та технології в окремих елементах конструкцій допускається виникнення пластичних

деформацій. Для ряду деталей у процесі експлуатації та виготовлення розвиток пластичних деформацій супроводжується суттєвою зміною первісної форми. Це характерно для процесів обробки металів тиском, наприклад, при виготовленні штампових підборів, протяжці смуг. Подальше вдосконалення конструктивних розв'язків розробки відповідальних вузлів і технологічних процесів багато в чому залежить від повноти та достовірності інформації про особливості зміни картини напружено-деформованого стану в процесі навантаження. У зв'язку з цим, розробка методів дослідження виділеного класу об'єктів є актуальною проблемою.

Необхідність вивчення характеру напружено-деформованого стану криволінійних неоднорідних призматичних тіл призводить до розв'язання складних просторових задач термопружності та термопластичності як при малих, так і великих пластичних деформаціях.

У вступі показано актуальність наряду намічених досліджень, виконано аналіз літературних джерел, поставлено мету роботи, розкрито її наукову новизну та практичну цінність.

Перший розділ присвячений отриманню розв'язувальних рівнянь напіваналітичного методу скінчених елементів для дослідження неоднорідних криволінійних призматичних тіл. Наведено основні співвідношення просторової задачі теорії пружності в прямокутній декартовій системі координат, теорії пластичного течії для ізотропного матеріалу, що зміцнюється за умови плинності Мізеса і теорії зміцнення. В усіх співвідношеннях враховується залежність властивостей матеріалу від температури. Запропоновано новий неоднорідний криволінійний призматичний скінчений елемент, матриця жорсткості якого отримана відповідно до методики моментної схеми скінчених елементів. Розроблений підхід поширений розв'язання геометрично нелінійних задач, причому вирішальні рівняння приведені до виду, аналогічному отриманому раніше для геометрично лінійної задачі.

У другому розділі описані алгоритми розв'язання систем лінійних та нелінійних рівнянь напіваналітичний метод скінчених елементів, корекції напружень при виникненні деформацій пластичності та повзучості. Велику увагу

приділено питанням ефективності застосування методу блокових ітерацій до розв'язання задач про пружно-пластичному деформуванні призматичних тіл із змінними уздовж координати розкладання параметрами. Описано схему обчислювального процесу та структуру реалізуючого її комплексу програм.

У третьому розділі виконано чисельне вивчення збіжності розв'язків, одержуваних з урахуванням розробленого підходу. Розглянуто широке коло тестових задач для тіл з плавно і стрибкоподібно мінливими фізичними та геометричними характеристиками в пружній та пружно-пластичній постановці. У всіх випадках напіваналітичний метод скінчених елементів за точністю апроксимації не поступається, а в деяких задачах в 1,5-2 рази перевершує традиційний метод скінчених елементів. Для обґрунтування достовірності результатів вирішені контрольні задачі в пружній, пластичній та геометрично нелінійній постановках.

У четвертому розділі викладено результати чисельного розв'язання задач, що мають прикладне значення. Вивчено напружено-деформований стан трубчастого елемента з прямокутним вирізом в умовах термосилового навантаження, дослідження впливу товщини фланця на характер розвитку зон пластичності в корпусній деталі, розглянуто напружено-деформований стан смуги у процесі протягування.

В результаті проведених досліджень створені на основі моментної схеми скінчених елементів та напіваналітичного методу скінчених елементів ефективної методики чисельного розв'язання задач термопружності та термопластичності для довільно навантажених масивних та тонкостінних просторових призматичних тіл із змінними фізико-механічними та геометричними характеристиками. Розроблений підхід розвинений стосовно дослідження напружено-деформованого стану об'єктів з урахуванням великих пластичних деформацій і деформацій повзучості. Вирішено низку нових складних задач пружно-пластичного деформування криволінійних неоднорідних призматичних тіл при термомеханічних впливах.

**Ключові слова:** метод скінчених елементів, напіваналітичний метод скінчених елементів, моментна схема скінчених елементів, напружено-

деформований стан, масивні та тонкостінні просторові призматичні тіла, термопружність, термопластичність, великі пластичні деформації, деформації повзучості, формозмінення.

## SUMMARY

*Maksymiuk O.V.* Numerical study of the shape change of spatial bodies using the semi-analytical method of finite elements. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for the Doctor of Philosophy degree in specialty 131 "Applied Mechanics". - Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, 2024.

Among spatial structures widely used in various fields of technology, prismatic bodies occupy a significant place, the geometric and physical-mechanical characteristics of which are variable in all three directions.

Within the framework of this work, three-dimensional objects of an arbitrary, not necessarily single-link, cross-section with some restrictions on the nature of the geometry change will be considered with some restrictions on the nature of the geometry change along the coordinates, namely, the object can be represented as a result movements of cross-section points along some spatial pieces. -Smooth curves. The bodies can also have cutouts and holes, the contours of which are parallel to the coordinate surfaces.

Such spatial bodies will be called curvilinear prismatic bodies, and in the presence of inhomogeneity of physical and mechanical properties of the material - curvilinear heterogeneous bodies.

A large number of spatial structures are represented by prismatic bodies, the geometric and physical-mechanical characteristics of which are variable in all three directions. Objects of the selected class are used as natural structures, nodes and details in construction and various branches of mechanical engineering. For example, they include the foundations of industrial and civil buildings, elements of ceilings and coatings, arched dams, brackets, cutters, teeth of helical wheels, etc. Deformation of the considered structures occurs under the influence of force and temperature factors, and, due to the presence of significant temperature differences, a change in the physical and mechanical characteristics of the material is possible. At the current level of technical and technological development, plastic deformations are allowed in individual structural elements. For a number of parts in the process of operation and manufacture, the development of plastic deformations is accompanied by a significant

change in the original shape. This is typical for the processes of processing metals by pressure, for example, in the manufacture of stamp heels, stretching of stripes. Further improvement of constructive solutions for the development of responsible nodes and technological processes largely depends on the completeness and reliability of information about the peculiarities of the change in the picture of the stress-strain state during the loading process. In this regard, the development of research methods for a selected class of objects is an urgent problem.

The need to study the nature of the stress-strain state of curvilinear heterogeneous prismatic bodies leads to the solution of complex spatial problems of thermoelasticity and thermoplasticity both at small and large plastic deformations.

The introduction shows the relevance of the intended research direction, analyzes literary sources, sets the goal of the work, reveals its scientific novelty and practical value.

The first chapter is devoted to obtaining the solving equations of the semi-analytical method of finite elements for the study of inhomogeneous curvilinear prismatic bodies. The main relations of the spatial problem of the theory of elasticity in the rectangular Cartesian coordinate system, the theory of plastic flow for an isotropic material that strengthens under the condition of Mises yield and the theory of strengthening are given. All ratios take into account the dependence of material properties on temperature. A new non-homogeneous curvilinear prismatic finite element is proposed, the stiffness matrix of which is obtained according to the technique of the moment scheme of finite elements. The developed approach is a common solution of geometrically nonlinear problems, and the decisive equations are reduced to a form similar to that obtained earlier for a geometrically linear problem.

The second chapter describes the algorithms for solving systems of linear and nonlinear equations, the semi-analytical method of finite elements, stress corrections when plasticity and creep deformations occur. Much attention is paid to the question of the effectiveness of the block iteration method for solving problems of elastic-plastic deformation of prismatic bodies with variable parameters along the decomposition coordinate. The scheme of the computational process and the structure of the complex of programs implementing it are described.

In the third section, a numerical study of the convergence of solutions obtained taking into account the developed approach is performed. A wide range of test tasks for bodies with smoothly and abruptly changing physical and geometric characteristics in elastic and elastic-plastic settings is considered. In all cases, the semi-analytical method of finite elements is not inferior in accuracy of approximation, and in some tasks it is 1.5-2 times superior to the traditional method of finite elements. To substantiate the reliability of the results, control tasks in elastic, plastic and geometrically nonlinear settings were solved.

In the fourth chapter, the results of the numerical solution of problems with applied value are presented. The stress-strain state of a tubular element with a rectangular cutout under the conditions of thermoforce loading was studied, the influence of the flange thickness on the nature of the development of plasticity zones in the body part was studied, and the stress-strain state of the strip during the drawing process was considered.

As a result of the research, effective methods for numerically solving problems of thermoelasticity and thermoplasticity for arbitrarily loaded massive and thin-walled spatial prismatic bodies with variable physical, mechanical and geometric characteristics were created on the basis of the moment scheme of finite elements and the semi-analytical method of finite elements. The developed approach is developed in relation to the study of the stress-strain state of objects, taking into account large plastic deformations and creep deformations. A number of new complex problems of elastic-plastic deformation of curvilinear inhomogeneous prismatic bodies under thermomechanical influences have been solved.

**Keywords:** finite element method, semi-analytical finite element method, moment diagram of finite elements, stress-strain state, massive and thin-walled spatial prismatic bodies, thermoelasticity, thermoplasticity, large plastic deformations, creep deformations, deformation.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

*a) статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України (в т.ч. включених до переліку наукових фахових видань України з присвоєнням категорії «А»):*

1. Bazhenov V.A., Maksimyuk Yu.V., Horbach M.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Convergence of the finite element method and the semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2021. – Issue 106. – P. 92-104. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.106.92-104> (Видання включено до міжнародних наукометричних баз). Особисто автором розглянуто велику кількість тестових задач для тіл з плавно і стрибкоподібно мінливим фізичними та геометричними характеристиками в пружній та пружно-пластичній постановці.
2. Vorona Y.V., Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Reliability of results obtained by semi-analytical finite element method for prismatic bodies with variable physical and geometric parameters. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2021. – Issue 107. – P. 184-192. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.107.184-192> (Видання включено до міжнародних наукометричних баз). Особисто автором показана ефективність застосування напіваналітичного методу скінченних елементів до розрахунку криволінійних неоднорідних призматичних об'єктів.
3. Maksimyuk Yu.V., Chuprina Yu.A., Kozak O.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Investigation of the influence of flange thickness on the nature of the development of zones of plasticity in casing detail. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2022. – Issue. 108. – P. 97-106. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.108.97-106> (Видання включено до міжнародних наукометричних



*баз). Особисто автором виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану просторового об'єкту, а саме дослідження впливу товщини фланця на характер розвитку зон пластичності в корпусній деталі.*

4. Maksimyuk Yu.V., Kuzminets M.P., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Research of the stressed and deformed state of a metal strip in the broaching process. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA. – Issue 109. – P. 229-238. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.229-238> *(Видання включено до міжнародних наукометричних баз). Особисто автором на основі напіваналітичного методу скінчених елементів розв'язання просторової задачі пластичного формозмінення призматичного тіла і проведено аналіз процесу протягування смуги в процесі обробки металом тисненням.*
5. Maksimyuk Yu.V., Kozak O.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Numerical analysis of the stressed-deformed state of a tubular element under thermal loading. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 199-206 <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.199-206> *(Видання включено до міжнародних наукометричних баз). Особисто автором вивчено напружено-деформований стан трубчастого елемента з прямокутним вирізом в умовах термосилового навантаження.*
6. Maksimyuk Yu.V., Andriievskiy V.P., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Analysis of structures with arbitrary kinematic boundary conditions by the semi-analytical finite element method. Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2023. – Issue 111. – P. 140-146. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.111.140-146> *(Видання включено до міжнародних наукометричних баз). Особисто автором у процесі розв'язання нових задач оцінка збіжності результатів проводилася на основі послідовного збільшення скінчених елементів і утримуваних членів розкладання, підвищення точності систем лінійних і*

*нелінійних рівнянь, а також перевірялася точність задоволення природним граничним умовам.*

*б) статті у науковому виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України категорії «Б» :*

7. Максим'юк Ю., Козак А., Максим'юк О. Розв'язувальні співвідношення моментної схеми скінчених елементів в задачах термов'язкопружнопластичного деформування. Будівельні конструкції теорія і практика – 2019. – Вип. 4. – С. 10–20. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.4.2019.10-20> *Особисто автором отримані розрахункові співвідношення моментної схеми скінчених елементів для розв'язання геометрично нелінійних задач термов'язкопружнопластичності з урахуванням пошкодженості матеріалу.*
8. Гуляр О., Максим'юк Ю., Козак А., Максим'юк О. Універсальний призматичний скінчений елемент загального типу для фізично і геометрично нелінійних задач деформування призматичних. Будівельні конструкції теорія і практика – 2020. – Вип. 6. – С. 72–84. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.6.2020.72-84> *Особисто автором на основі високо ефективною моментної схеми скінчених елементів побудовані розв'язувальні співвідношення для універсального призматичного СЕ загального типу.*
9. Максим'юк Ю., Гончаренко М, Мартинюк І., Максим'юк О. Алгоритм розв'язання системи лінійних та нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл. Будівельні конструкції теорія і практика – 2020. – Вип. 7. – С. 101–108. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.7.2020.101-108> *Особисто автором реалізовано алгоритм методу блочних ітерацій розв'язання лінійних і нелінійних рівнянь напіваналітичним методом скінчених елементів для криволінійних неоднорідних призматичних тіл*
10. Максим'юк Ю., Козак А., Мартинюк І., Максим'юк О. Особливості виведення формул для обчислення вузлових реакцій і коефіцієнтів матриці

жорсткості скінченого елемента з усередненими механічними і геометричними параметрами. Будівельні конструкції теорія і практика. – 2021. – Вип. 8. – С. 97–108. <https://doi.org/10.32347/2522-4182.8.2021.97-108> *Особисто автором виведені формули обчислення вузлових реакцій і коефіцієнтів матриці жорсткості скінченого елемента з усередненими механічними і геометричними параметрами для дослідження масивних, тонкостінних і комбінованих конструкцій.*

в) *Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:*

11. Баженов В.А., Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Напіваналітичний метод скінчених елементів в просторових задачах деформування, руйнування та формозмінення тіл складної структури – Київ: Вид-во “Каравела”, 2021. – 280с. ISBN 978-966-8019-59-3 *Одноосібно три глави у колективній монографії*

#### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації**

12. Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Максим'юк О.В. Напіваналітичний метод скінчених елементів в лінійних і нелінійних задачах деформування, руйнування та формозмінення просторових тіл з урахуванням неканонічності форми та складної структури. III Науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» – К.: КНУБА., 25-25.09.2021 – 73-74с.

13. Максим'юк Ю., Мартинюк І., Максим'юк О. Моментна схема скінчених елементів в геометрично та фізично нелінійних задачах деформування вісесиметричних тіл обертання з урахуванням континуального руйнування. IV Науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» кафедра ЗБК, КНУБА, 26 квітня 2023.

14. Maksimyyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyyuk O.V. Research of convergence, reliability and efficiency of the results obtained using the given

finite elements. Materiály XX Mezinárodní vědecko - praktická konference «Věda a technologie: krok do budoucnosti», Volume 4 : Praha. 2023. Pp. 91-94. Publishing House «Education and Science» -96 s. ISSN 1561-6940 (online).

15. Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. The effectiveness of the algorithm for solving nonlinear equations in isotropic load. Scientific progress: innovations, achievements and prospects. Proceedings of the 6th International scientific and practical conference. MDPC Publishing. Munich, Germany. 2023. Pp. 117-120.

16. Maksimyuk Yu.V., Martyniuk I.Yu., Maksimyuk O.V. Study of the influence of taking into account geometric nonlinearity on the value of the resource of a christmas tree joint under creep conditions. Modern research in science and education. Proceedings of the 2nd International scientific and practical conference. BoScience Publisher. Chicago, USA. 2023. Pp. 148-150.